

درس اول:

مجموعه‌های منتهی و نامتناهی:

□ مجموعه‌های هم‌دامن و اعمال روی آنها

مجموعه اعداد طبیعی $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد صحیح $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

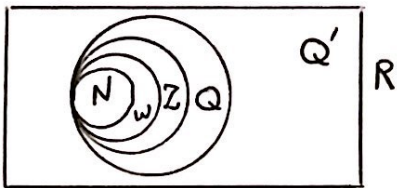
مجموعه اعداد لوی $Q = \{\frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0\}$

مجموعه اعداد گویا $Q' = \{a \mid a \in Q\}$

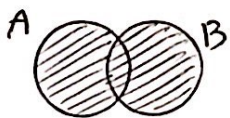
مجموعه اعداد حقیقی $R = Q \cup Q'$

اندازه!

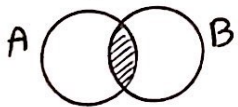
$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$



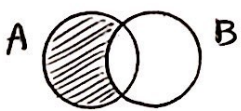
○ یادآوری: (اعمال روی مجموعه‌ها)



اجتماع: $A \cup B \leftarrow$ مجموعه اعضای که در A یا در B یا در هر دو هستند.



استراک: $A \cap B \leftarrow$ مجموعه عضوهای مشترک در مجموعه A و B هستند.



تفاضل: $A - B \leftarrow$ مجموعه عضوهای که عضو A هستند ولی عضو B نیستند.

مثال $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$A \cup B =$

$A \cap B =$

$A - B =$

$B - A =$

$N \cup Z =$

$N \cap Z =$

$N - Z =$

مثال

$Z \cup Q =$

$W \cap N =$

$Q - R =$

$Q \cup R =$

$Q \cap R =$

$Q' \cap R =$

$Q \cap Q' =$

$Q' - R =$

$Z - N =$

$Z - Q =$

$R - Q =$

$R - Q' =$

سؤال ۱: کدام یک درست است؟

$Z \cup Q' = R \quad (1) \quad Q \cap Q' = \emptyset \quad (2) \quad Q' = R - Q \quad (3) \quad W = N \cup \{0\} \quad (4)$

سؤال ۲: کدام نادرست است؟

$W \cap Z \subseteq W \quad (1) \quad W \cup Z \subseteq W \quad (2) \quad N \cap W \subseteq W \quad (3) \quad N \cup W \subseteq W \quad (4)$

سؤال ۳: اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ و $B = \{2, 4, 5, 6, 7\}$ باشند، مجموعه $(A \cup B) - [A - (A \cap B)]$ چند عضو دارد؟

۵ (۴)

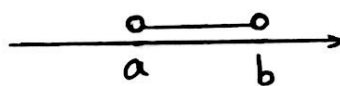
۴ (۳)

۳ (۲)

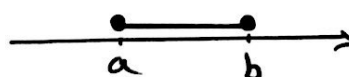
۲ (۱)

۲ بازه‌ها: زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی هستند:

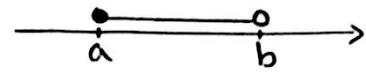
$(a, b) \text{ بازه باز} = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$



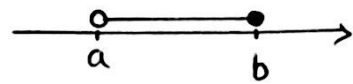
$[a, b] \text{ بازه بسته} = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$



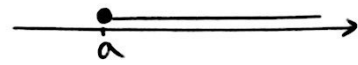
$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$



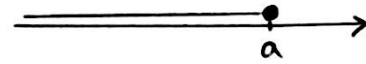
$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$



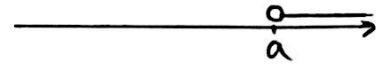
$$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$$



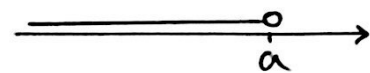
$$(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$$



$$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$



$$(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$$



مثال) درستی و یا نادرستی هر عبارت را بزرگی کنید.

$$3 \in (0, 3)$$

$$3 \in \{0, 3\}$$

$$(-1, 2) \subseteq [-1, 2]$$

$$7 \in (-1, 7]$$

$$1 \in (1, 5]$$

$$0 \in (-1, 2)$$

$$\emptyset \in (-5, 0]$$

$$A \cup B =$$

مثال) اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 1\}$ و $B = (0, 2)$ باشد.

$$A \cap B =$$

$$A - B =$$

$$A \cup B =$$

$$A - B =$$

مثال) $A = (-1, 2)$ و $B = [1, 4]$ ؛

$$A \cap B =$$

$$B - A =$$

مثال) مجموعه‌ی $A = (-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$ را روی محور رسم کرده و استرک آن را با بازه‌ی $B = (-2, 2)$ بیابید.

آوردید.

مثال) $A = (-\infty, 5]$ و $B = (-3, +\infty)$;

$$A \cup B = \quad A - B =$$

$$A \cap B = \quad B - A =$$

مثال) $A = [-1, 3]$ و $B = (-\infty, 2]$ و $C = [0, +\infty)$;

$$(A \cap B) \cup C =$$

$$(A \cup B) - C =$$

مثال) مجموعه های زیر را به صورت اجتماع صند بازه بنویسید.

$$R - \{0\} \quad , \quad R - \{-1, 1\} \quad , \quad R - (-1, 1)$$

نست 4: حاصل لداام لرننه لب بازه است!

$$(1) (0, 2) - (-2, 2) \quad (2) \{0\} - \{-1, 1\} \quad (3) (1, 2) \cup (-2, -1) \quad (4) (-3, 1) \cap (-1, 3)$$

نست 5: الرعد 2 در بازه $(3 + \alpha, 2\alpha]$ باسه، مجموعه معادیر عملن برای α لداام است!

$$(1) (1, 2) \quad (2) (-1, 1) \quad (3) (-1, 0) \quad (4) [0, 1]$$

نست 6: لداام مجموعه زیر، نمايانلر $(-2, 1) - R$ است!

$$(1) \{x \in R \mid x < -2, x \geq 1\} \quad (2) \{x \in R \mid x \leq -2, x > 1\} \quad (3) \{x \in R \mid x < -2, x \geq 1\} \quad (4) \{x \in R \mid x \leq -2, x > 1\}$$

سؤال ۷: حین عدد صحیح در مجموعه $A = [-4, 4] \cap ((-\infty, -2] \cup (2, +\infty))$ قرار دارد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

سؤال ۸: حاصل کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

- (۱) $(-2, 0) \cup [-2, 5] = (-2, 0)$ (۲) $(-\infty, 6] \cap (2, 9) = (-\infty, 9)$
 (۳) $(3, +\infty) \cup (6, 10] = (3, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1) \cap [1, +\infty) = R$

سؤال ۹: اگر $A = (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ و $B = (-\infty, 5) \cap [-4, +\infty)$ باشد، کدام گزینه زیر مجموعه $A \cap B$ است؟

- (۱) $(-1, 4)$ (۲) $[4, 5)$ (۳) $[-4, -2)$ (۴) $[-4, 5)$

سؤال ۱۰: مجموعه $[-4, 4] - [-1, 3]$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

سؤال ۱۱: حاصل $(-2, 3) \cup (0, 2) \cup [-2, 1)$ کدام است؟

- (۱) $[-2, 3)$ (۲) $[-2, 3) - \{0\}$ (۳) $[-2, 3) - \{2\}$ (۴) $[-2, 3) - \{1\}$

سؤال ۱۲: اگر $A = (-\infty, 3]$ ، $B = (-2, 5]$ و $C = [3, 4]$ ، آن گاه $(A \cap B) \cup C$ کدام است؟

- (۱) $(-2, 5]$ (۲) $(3, 5)$ (۳) $(-\infty, 4)$ (۴) $(-2, 4]$

سؤال ۱۳: اگر $(-\infty, 2 - \frac{m-1}{3}] \cap [m-3, +\infty) = \emptyset$ ، آن گاه m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) -۱

سؤال ۱۴: اگر $[a, 7] \cup [-1, b] = [-2, 9]$ ، آن گاه $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

سؤال ۱۵: اگر اجتماع دو بازه $[0, a]$ و $[1, 2]$ بازه ای بسته باشد، a کدام است؟

- (۱) $1 \leq a \leq 2$ (۲) $0 < a \leq 2$ (۳) $a < 2$ (۴) $0 < a < 2$

سؤال ۱۶: اگر $(-\infty, \frac{3m+5}{\sqrt{2}}] \cup (\frac{m-1}{2}, +\infty) = \mathbb{R}$ ، آن گاه m کدام است؟

- (۱) $m = 18$ (۲) $m \geq 17$ (۳) $m > 17$ (۴) $m \leq 17$

سؤال ۱۷: اگر اجتماع دو بازه $(-\infty, 2]$ و $(2a + 4, +\infty)$ برابر مجموعه ای اعداد حقیقی شود، آن گاه a کدام است؟

- (۱) $a = 1$ (۲) $a = -1$ (۳) $a \leq -1$ (۴) $a < -1$

سٔ ١٨ : اگر $A_n = [1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}]$ حاصل $A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n$ نام است ؟

- (١) $[\frac{19}{20}, \frac{21}{20}]$ (٢) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ (٣) $[\frac{1}{2}, \frac{21}{20}]$ (٤) $[\frac{19}{20}, \frac{3}{2}]$

سٔ ١٩ : اگر $A_n = [-\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}]$ حاصل $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n$ نام است ؟

- (١) $[-١, ٠]$ (٢) $[-\frac{1}{10}, \frac{9}{10}]$ (٣) \emptyset (٤) $[-\frac{1}{10}, ٠]$

سٔ ٢٠ : چند عدد طبیعی مانند n وجود دارد که بازه $(\frac{1}{n}, \frac{n+3}{3})$ فقط شامل یک عدد طبیعی باشد ؟

- (١) ١ (٢) ٢ (٣) ٣ (٤) ٤

٣] مجموعه های منتهی و نامنتهی :

مجموعه ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی باشد. (صی یک عدد حسابی بزرگ) منتهی (بایان) می گویم.
مانند : \mathbb{N} و مجموعه اعداد اول دورقمی و مجموعه پرندگان روی کره زمین.

مجموعه ای که منتهی نباشد نامنتهی (بی پایان) است. مانند : مجموعه مضرب های طبیعی عدد ٣، مجموعه اعداد اعشاری بین ٠ و ١، مجموعه نقاط روی یک خط.

اندک: مجموعه های \mathbb{N} و \mathbb{W} و \mathbb{Z} و \mathbb{Q} و \mathbb{R} و بازه ها نیز نامنتهی اند.

مثال (مناهی یا نامناهی بودن هر مجموعه را مشخص کنید.)

- مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۱۰۰
- مجموعه اعداد لویاسین ۲
- مجموعه اعداد اول چهاررقمی
- اعداد حسابی منتهی
- مجموعه معسوم علیه های عدد ۱۰۰
- مجموعه همه دایره های به مرکز مبدأ مختصات
- مجموعه سلول های زنده بدن شما

مثال (در هر قسمت دو مجموعه A و B مثال بریزید که شرایط فاصله سه را دارا باشد:

- الف) A و B نامناهی بوده و $A \cap B$ نامناهی باشد.
- ب) A و B نامناهی بوده و $A - B$ منتهی و $B - A$ نامناهی باشد.

مثال (درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.)

- اجتماع دو مجموعه منتهی، منتهی است.
- اشتراک دو مجموعه نامناهی، نامناهی است.
- اگر $A \subseteq B$ و B منتهی باشد، A نیز منتهی است.
- اگر $A \subseteq B$ و A نامناهی باشد، B هم نامناهی است.
- اگر $A - B$ نامناهی باشد، A نامناهی و B هم نامناهی است.
- اگر $B - A$ منتهی باشد، B منتهی است.

نست ۶۱: کدام یک از مجموعه های زیر نامناهی است؟

- (۱) مجموعه اعداد اول یک رقمی
- (۲) مجموعه دانش آموزان مدرسه شما
- (۳) مجموعه مولکول های موجود در یک مول مسطح از آب
- (۴) مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدأ مختصات

سٔ ٢٢: کدام مجموعه منتهی است؟

- (١) مجموعه خطوط که ریشه از معادله $x^2 - 1 = 0$ است
 (٢) مجموعه اعداد فرد صحیح و اولی که $2 < x < 10$ است
 (٣) مجموعه اعداد به صورت $\frac{1}{n}$ که $n \in \mathbb{N}$ و بزرگ‌تر از $\frac{1}{100}$ باشد.
 (٤) $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

سٔ ٢٣: جنبه‌های از مجموعه‌های زیر منتهی هستند؟

- (الف) مجموعه‌ی کلاه‌های توتلی که تاریخچه‌های ایران
 (ب) مجموعه‌ی طلمه‌های (بامعنی یا بی‌معنی) که با حروف زبان فارسی می‌توان نوشت.
 (پ) مجموعه‌ی مربع‌ها به مرکز مبدأ مختصات.
 (ت) مجموعه‌ی اعداد منب‌ها به صورت $1 - \frac{1}{n}$.
- (١) صفر (٢) ١ (٣) ٢ (٤) ٣

سٔ ٢٤: کدام مجموعه دارای اولی‌ترین عضوی باشد؟

- (١) $\{1, 7\}$ (٢) $\{x \in \mathbb{R}, x \geq 7\}$ (٣) $\{3, 2, 1, 0, -1, -2, \dots\}$ (٤) ریشه‌های (١) و (٢)

سٔ ٢٥: کدام یک درست است؟

- (١) اگر $A \cup B$ منتهی باشد، آن‌گاه A و B منتهی‌اند.
 (٢) اگر $A \cap B$ منتهی باشد، آن‌گاه A و B منتهی‌اند.
 (٣) اگر $A \cup B$ منتهی باشد، آن‌گاه A و B منتهی‌اند.
 (٤) اگر $A \cap B$ منتهی باشد، آن‌گاه A یا B توانسته منتهی باشد.

(٥)

سٔ ٢٦ : لٔام لٔنٔه صٔع اسٔ!

(١) الرٔام زٔر مجموعه هٔاى مجموعه A منٔهٔ باسٔنه ، مجموعه ى A منٔهٔ اسٔ .

(٢) أماع دو مجموعه ى منٔهٔ ، منٔهٔ اسٔ .

(٣) اشٔراك دو مجموعه ى نامنٔهٔ هٔمٔ نامنٔهٔ اسٔ .

(٤) لٔنٔه هٔاى (١) و (٢)

سٔ ٢٧ : در مورد دو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{x} > 1\}$ لٔام لٔنٔه دست اسٔ!

(٢) A نامنٔهٔ و B منٔهٔ اسٔ .

(١) A منٔهٔ و B نامنٔهٔ اسٔ .

(٤) A و B هر دو نامنٔهٔ اسٔ .

(٣) A و B هر دو منٔهٔ اسٔ .

درس دوم : مٔم يك مجموعه

١ مجموعه ى مرجع و مٔم يك مجموعه :

مجموعه ى كه همه مجموعه هٔاى مورد بحث زٔر مجموعه ى آن باسٔنه را مجموعه مرجع يا جٔاى لٔم و آن را با U نشان ى دهٔم . (معمولاً لٔمٔاً خود مسٔله مسٔقراى سٔد)

مٔم مجموعه A را با A' نشان ى دهٔم . شامل عٔنوهاى آن مجموعه مرجع اسٔ كه در A نٔسٔنه .

$$A' = \{x \mid x \in U, x \notin A\} = U - A$$

مثال (الر) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $U = \mathbb{N}$ مجموعه A را بنؤسٔه .

مسئله (الدر مثال قبل) $U = \mathbb{Z}$ با مجموعه A را بنویسید.

مسئله (الدر مثال قبل) $U = \mathbb{R}$ با مجموعه A را بنویسید.

مسئله (الدر مجموعه اعداد صحیح \mathbb{Z} و مجموعه اعداد اول \mathbb{P} را با مجموعه A را بنویسید.)

مسئله (الدر $A = \{2, 4, 6, \dots\}$ با مجموعه A را بنویسید. A را نسبت به مجموعه های زیر بنویسید.)

۱) $U = \mathbb{Z}$

۲) $U = [2, 10]$

۳) $U = (-1, 4]$

۴) $U = \mathbb{R}$

مسئله (فرض کنید $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه مرجع و $A = \{1, 4\}$ و $B = \{3, 4, 5\}$ با مجموعه های $A \cup B$, $A - B$, $A \cap B$ را مشخص کنید.)

مثال) فرض کنید \mathbb{R} مجموعه مرجع و $B = (-2, 2]$ و $A = (1, 5]$ باشد. اثبات کنید A و B ، سپس مجموعه های

$(A \cap B)'$	$A \cap B'$	زیرمستطیل کنید.
$A' \cup B'$	$A - B$	
$(A \cup B)'$	$A \cap B'$	

۱) $U' = \emptyset$ $\emptyset = U$ روابط بین متمم مجموعه ها: ۲

۲) $(A')' = A$ ، $A \cap A' = \emptyset$ ، $A \cup A' = U$

۳) $A - B = A \cap B'$

۴) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

۵) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ، $(A \cap B)' = A' \cup B'$

مثال) اگر $U = \mathbb{R}$ ، $A = (-\infty, 1]$ و $B = (2, +\infty)$ مجموعه های A' و B' ، $A \cap B'$ ، $(A \cap B)'$ و $(A - B)'$ را به دست آورید.

مثال) اگر $U = \{1, 2, \dots, 10\}$ و A مجموعه مضارب عدد ۲ و B مجموعه مضارب عدد ۳ باشد، جدول زیر را تکمیل کنید.

A	A'	(A')	نیمه
			A = (A')

A'	B'	A \cup B	(A \cup B)'	A \cap B'	نیمه

A'	B'	A \cap B	(A \cap B)'	A' \cup B'	نیمه

B'	A - B	A \cap B'	A - (A \cap B)	نیمه

مثال (۱) اگر $U = Z$, $A = N$, $B = W$ و $C = \{0, 1, 2\}$ باشد، با استفاده از طرف تساوی $A - (B \cup C) = A \cap B \cap C'$ درستی آن را نشان دهید.

مثال (۲) درستی یا نادرستی هر عبارت را مستقیماً بنویسید. (U مجموعه مرجع است.)
 الف) متمم مجموعه‌ی سناهی هواره نامتناهی است.
 ب) اگر U نامتناهی و A سناهی باشد، آن گاه A' نامتناهی است.
 پ) اگر U نامتناهی و A نامتناهی، آن گاه A' سناهی است.
 ت) اگر $A \subseteq B$ باشد، آن گاه $B' \subseteq A'$.

سؤال ۲۸: اگر مجموعه مرجع \mathbb{R} باشد، کدام درست است؟

- (۱) $N' = Z$ (۲) $Q - Z = Z' \cap (-\infty, +\infty)$ (۳) $Q - Z = Z' \cap (-\infty, +\infty)$ (۴) $Q \cup Z = R$

سؤال ۲۹: اگر Z مجموعه مرجع باشد، کدام درست است؟

- (۱) $\{0\}$ (۲) $\{ \}$ (۳) $\{-1, -2, -3, \dots\}$ (۴) $\{0, 1, 2, \dots\}$

سؤال ۳۰: اگر مجموعه مرجع \mathbb{R} باشد، مجموعه اعداد صحیح عضو متمم مجموعه‌ی $A = (-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۰

(۷)

سؤال ٣١: متمم مجموعه $A - (B - A)$ نسبت به مجموعه مرجع کدام است؟

- (١) $A \cup B$ (٢) $A \cap B$ (٣) $(A \cup B)'$ (٤) B

سؤال ٣٢: اگر مجموعه مرجع \mathbb{R} باشد، $A = (-٣, ٢)$ و $B = [١, +\infty)$ و $C = (-\infty, ٤)$ مجموعه $A \cap (B \cup C)'$ کدام است؟

- (١) $(-٣, ٤)$ (٢) $(-\infty, ٢)$ (٣) $(٢, +\infty)$ (٤) $(-\infty, -٣] \cup [٤, +\infty)$

سؤال ٣٣: اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $(-\infty, ٢] \cup (٣, +\infty)$ کدام است؟

- (١) $(٢, ٣]$ (٢) $(٢, ٣)$ (٣) \emptyset (٤) $(٢, ٣)$

سؤال ٣٤: اگر $U = (-\infty, ٤]$ مجموعه مرجع باشد و $A = (١, ٢]$ ، $B = (-١, ١)$ و $C = (-\infty, ٥)$ حاصل $(A' - B') - C'$ کدام است؟

- (١) $(-١, ١)$ (٢) $(٥, ٢)$ (٣) $(-١, ٢)$ (٤) $(-١, ٥)$

سؤال ٣٥: اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $(N \cap (Z \cup R)) \cup Q$ کدام است؟

- (١) N (٢) Z (٣) Q (٤) R

نست ۳۶: اگر $A \subseteq B$ و مجموعه ای نامتناهی باشد، آن ماه کدام مجموعه قطعاً نامتناهی است؟

- (۱) A' (۲) B' (۳) $A \cap B'$ (۴) $A' \cup B$

نست ۳۷: اگر A مجموعه ای متناهی و B مجموعه ای نامتناهی باشد، کدام مجموعه قطعاً متناهی است؟

- (۱) $A \cap B'$ (۲) $A \cup B$ (۳) $A' \cup B$ (۴) $A' \cap B$

۳] تعداد عضوهای اجتماع و تفاضل و متمم مجموعه‌ها:

(۱) تعداد عضوهای $A \cup B$: اگر تعداد اعضای A را با تعداد اعضای B جمع کنیم عضوهای تکراری دوبار شمرده می‌شوند، پس بلیار آن را باید کم کنیم.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

! تذکر: A و B را دو مجموعه جدا از هم یا مجزای گوئیم هرگاه اشتراکی نداشته باشند.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \quad (A \cap B) = \emptyset$$

(۲) تعداد عضوهای $A - B$: تعداد عضوهای مشترک را از اعضای A کم می‌کنیم.

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

بطور مشابه برای تعداد عضوهای $B - A$ داریم:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

(۳) تعداد عضوهای متمم: تعداد عضوهای A را از مرجع کم می‌کنیم.

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

(۴) تعداد اعضای نه فقط در مجموعه A یا فقط در مجموعه B قرار دارند را با $n((A - B) \cup (B - A))$ نمایش داده و

$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) =$$

از اصول معادل‌سازی نتیجه:

$$n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$$

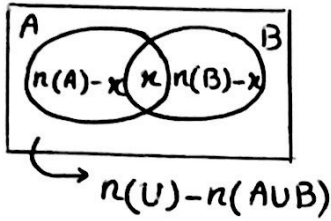
(۸)

۵) تعداد اعضای که نه در A و نه در B قرار دارند را با $n(A \cap B')$ نمایش داده و از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$n(A \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$

روش حل مسائل: برای حل مسائل مربوط به این قسمت، ابتدا نمودارون معادل را رسم کرده و به ترتیب زیر

اطلاعات مسئله را روی نمودار وارد می‌کنیم:



مرحله ۱: در ناحیه اشتراک دو مجموعه A و B عدد x را می‌نویسیم.

مرحله ۲: در طرفین ناحیه اشتراک دو مجموعه A و B، عبارات $n(A) - x$ و $n(B) - x$ را می‌نویسیم.

مرحله ۳: در ناحیه خارج از اجتماع دو مجموعه A و B، عبارت $n(U) - n(A \cup B)$ را می‌نویسیم.

دقت کنید که با توجه به سؤال، $n(A \cup B)$ همان $(n(A) - x) + x + (n(B) - x)$ است. $n(A) + n(B) - x$ است.

مثال) در یک کلاس ۴۰ نفره، ۲۵ نفر در درس ریاضی و ۳۰ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند. هم چنین ۲۰ نفر در هر

دو درس قبول شده‌اند. در این صورت: الف) چند نفر در درس ریاضی قبول نشده‌اند؟

ب) چند نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند؟

ج) چند نفر حداقل در یکی از دو درس ریاضی یا فیزیک قبول شده‌اند؟

د) چند نفر فقط در یکی از دو درس ریاضی یا فیزیک قبول شده‌اند؟

ه) چند نفر هیچ‌کدام از دو درس ریاضی و فیزیک قبول نشده‌اند؟

مثال) در یک هتل ۳۸ مسافر وجود دارد، ۲۰ نفر از آنها تاجر و ۱۷ نفر حسابدار هستند. اگر ۷ نفر تاجر و ۵ نفر حسابدار باشند، چند مسافر تاجر حسابدار وجود دارد؟

مثال) اگر $n(A) = 12$ ، $n(B) = 8$ و $n(A \cap B) = 3$ ، $n(A \cup B)$ ، $n(A \cap B)$ ، $n(A \cap B)$ را بدست آورید.

مثال) اگر $n(U) = 100$ ، $n(A') = 23$ و $n(A - B) = 45$ و $n(B) = 32$ ، $n(A \cup B)$ را بدست آورید.

نکته ۹: اگر A و B و C سه مجموعه‌ی متناهی باشند، تعداد اعضای اجتماع آن‌ها از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

نکته ۳۸: در یک کلاس ۴۰ نفری تعداد علاقه‌مندان به رشته‌های ورزشی به شکل زیر است:

ورزش	فوتبال	والیبال	بسکتبال	فوتبال و والیبال	فوتبال و بسکتبال	والیبال و بسکتبال
تعداد علاقه‌مندان	۳۰	۲۰	۱۵	۱۰	۱۳	۷

با فرض این که همه دانش آموزان حداقل به یکی از رشته های ورزشی علاقه مند هستند، چند نفر فقط به فوتبال علاقه دارند؟

(۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۴

سئوال ۳۹: از یک کلاس ۳۵ نفره، ۲۰ نفر در درس ریاضی و ۲۵ نفر در درس سیمی کج به سره اند. اگر ۱۰ نفر هر دو درس ریاضی و سیمی کج به سره باشند، آن گاه چند نفر حداقل در یکی از دو درس ریاضی و سیمی کج به سره اند؟

(۱) ۲۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۵

سئوال ۴۰: تعداد مسافری در یک هتل ۷۲ نفره که ۲۳ نفر از آنها تا جبرو ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده اند. ۸۰ نفر از این تا جبرو برای اولین بار سفر کرده اند، چند نفر از مسافری تا جبرو هستند و نه برای اولین بار سفر کرده اند؟

سئوال ۴۱: در نظر سنجی از ۱۰۰ نفر، ۶۵ نفر اعلام کردند که برنامه های سبلی ۱ رای بسته و ۴۵ نفر اعلام کردند که برنامه های سبلی ۲ رای بسته. اگر ۲۰ نفر برنامه های هر دو سبلی را تماشا کنند، چند نفر برنامه های هیچ یک از دو سبلی را تماشا نمی کنند؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

سؤال ۴۲: در بررسی ۴۵ محصول معیوب یک کارخانه که عیوب A و B را دارند، مشخص شد ۳۰ عدد از محصولات، عیب A را دارند و ۲۰ عدد از آن ها فقط عیب A را دارند. عیب B را دارند. این شرکت فقط عیب B را دارند.

- ۱۵ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

سؤال ۴۳: اگر $n(U) = 200$ ، $n(A) = 140$ ، $n(B) = 50$ ، $n(A \cup B) = 98$ ، کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ (۱) $n(A \cap B) = 12$
- ۲ (۲) $n(A \cap B') = 48$
- ۳ (۳) $n(A' \cap B) = 98$
- ۴ (۴) $n(A \cup B') = 188$

سؤال ۴۴: اگر $n(A \cup B) = n(A \cap B) + 20$ ، $n(A) = 2n(B) = 3n(A \cap B)$ ، مقدار $\frac{n(A-B)}{n(B-A)}$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

سؤال ۴۵: اگر A و B زیر مجموعه های مجموعه ی مرجع U باشند و $n(U) = n(B) + 30 = 2n(A) + 10 = 100$ ، $n(B-A) = 50$ ، مقدار $n((A \cup B)')$ کدام است؟

- ۵ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۱۵ (۴)

سؤال ٤٦: الر $n(A) = 2x + 4$ ، $n(B) = x$ ، و $n(A \cup B) - n(A \cap B) = x + 20$ ، مقدار $n(B - A)$ كم؟
 كم است؟

(١) ١٢ (٢) ٨ (٣) $x + 12$ (٤) ٤

سؤال ٤٧: از ١٢٠ دانش آموز پایه دهم ١٥ نفر ریاضیات و ٩٥ نفر فیزیک علاقه دارند. حداقل چند نفر به هر دو درس علاقه دارند؟

(١) ٧٥ (٢) ٧٥ (٣) ٨٠ (٤) ١٥

سؤال ٤٨: الر $n(A) = n(B) = 2n(C) = 20$ ، $n(A \cap B) = n(A \cap C) = 3n(B \cap C) = 7$ ، و $n(A \cap B \cap C) = 7$ ، مقدار $n(A \cup B \cup C)$ كم است؟

(١) ٣٢ (٢) ٣٤ (٣) ٣٦ (٤) ٣٨

سؤال ٤٩: در مدرسه ای که ٥٠٠ دانش آموز دارد، هر دانش آموز فوتبال، والیبال یا بسکتبال علاقه دارد. ٢٤٠ نفر فوتبال، ٢٤٠ نفر والیبال، ٧٥ نفر فوتبال و بسکتبال، ١١٥ نفر والیبال و بسکتبال، ١٣٠ نفر فوتبال و والیبال و ٤٥ نفر هر سه ورزش علاقه دارند. چند دانش آموز فقط به بسکتبال علاقه دارند؟

(١) ٤٥ (٢) ١١٠ (٣) ١٩٠ (٤) ٢٥٥